



# НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ

За верен отговор на всяка задача с номер от 1 до 5 се присъждат 3 точки, на задача 6 трябва да се даде само отговор и тя се оценява с 5 точки, а задача 7 е с подробно описание на решението и се оценява с до 10 точки. Разрешено е ползването само на калкулатори и обясненията към темата.

Време за работа: 120 мин. Пожелаваме Ви успех!

## Т Е М А за X клас

Задача 7. Отг. а) 29 700 лв.; б) 3 вноски.

а) Използваме формулата за сложна лихва  $K_n = Kq^n = K\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ , където

$$K = X, p = \frac{6}{12} = 0,5\%, q = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{0,5}{100} = 1,005 \text{ (1 точка)} \text{ и } n = 12 \cdot 5 = 60 \text{ (1 точка)}.$$

$$\text{Тогава } 40\,000 \leq X \left(1 + \frac{0,5}{100}\right)^{60}; \quad X \geq \frac{40\,000}{1,005^{60}} = \frac{40\,000}{1,348859} = 29\,654,69 \text{ лв. (2 точки)} \text{ или}$$

закръглено до стотиците 29 700 лв. (1 точка) е минималната сума, която г-н Паскалев трябва да депозира първоначално, за да постигне целта си.

Тук използвахме пресмятания с обикновен калкулатор до 6 знака след десетичната запетая:

$$1,005^2 = 1,010025; \quad 1,005^4 = 1,010025^2 = 1,020151; \quad 1,005^8 = 1,020151^2 = 1,040708;$$

$$1,005^{16} = 1,040708^2 = 1,083073; \quad 1,005^{32} = 1,083073^2 = 1,173047;$$

$$1,005^{60} = 1,005^{32} \cdot 1,005^{16} \cdot 1,005^8 \cdot 1,005^4 = 1,173047 \cdot 1,083073 \cdot 1,040708 \cdot 1,020151 = 1,348859.$$

Ако се използва научен калкулатор  $\frac{40000}{1,005^{60}} = 29\,654,89 \approx 29\,700$  лв. с точност до стотиците.

б) Вноската в края на първата година е  $\frac{1}{5} \cdot 37\,500 = 7500$  лв. Съгласно плана в края на петата година вноските на сестрата на г-н Паскалев би следвало да доведат до увеличение на влога му с А лв., където:

$$\begin{aligned} A &= 7500 + 7500 \cdot \frac{1}{2} + 7500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 7500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 7500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \\ &= 7500 + 3750 + 1875 + 937,5 + 468,75 = 14\,531,25 \text{ лв. (2 точки)} \end{aligned}$$

За 5 години по сметката си г-н Паскалев ще има натрупани  $20\,000 \cdot 1,005^{60} \approx 26\,977$  лв., когато се смята с научен калкулатор или 26 977,18 лв., когато се смята с обикновен калкулатор (1 точка). Ако се прибавят и вноските на сестра му, по сметката на г-н Паскалев ще има общо  $26\,977 + 14\,531,25 = 41\,508,25$  лв. или  $26\,977,18 + 14\,531,25 = 41\,508,43$  лв., т.е. и в двата случая крайната цел е достижима. (1 точка)

Г-н Паскалев ще има след 5 години 26977 лв.

Сумата, с която сестра му е достатъчно да помогне, е  $40\,000 - 26\,977 = 13\,023$  лв.  
 Първата година сестрата превежда 7500 лв.  $< 13\,023$  лв.

В края на втората година сестрата е превела общо  $7500 + \frac{7500}{2} = 11\,250 < 13\,023$  лв.

В края на третата година сестрата е превела общо  $11\,250 + \frac{7500}{4} = 13\,125 > 13\,023$  лв.

Следователно за постигане на крайната цел са достатъчни 3 вноски. (**1 точка**)

### ОТГОВОРИ

Задача	1	2	3	4	5	6	7
Отговор	<b>E</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>12,30</b>	<b>а) 29 700 лв.; б) 3 вноски</b>