



НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ

За верен отговор на всяка задача с номер от 1 до 5 се присъждат 3 точки, на задача 6 трябва да се даде само отговор и тя се оценява с 5 точки, а задача 7 е с подробно описание на решението и се оценява с до 10 точки. Разрешено е ползването само на калкулатори и обясненията към темата.

Време за работа: 120 мин. Пожелаваме Ви успех!

Т Е М А за XI клас

Задача 7. Отг. а) 8384 лв.; б) 6796 лв.

а) $p_{3,м} = \frac{2,52}{12} \cdot 3 = 0,63\%$. В продължение на 18 месеца има 6 периода (тримесечия)

и следователно $K_{18} = 10\,000 \left(1 + \frac{0,63}{100}\right)^6 = 10\,384$ лв.

На 6-месечен влог са поставени $10384 - 2000 = 8384$ лв..

б) $p_{6,м} = \frac{2,64}{12} \cdot 6 = 1,32\%$.

В края на I-во шестмесечие сумата е:

$$8384 \left(1 + \frac{1,32}{100}\right) - 500 = 8494,67 \text{ лв.} - 500 \text{ лв.} = 7994,67 \text{ лв.}$$

В края на II-ро шестмесечие сумата е:

$$7994,67 \left(1 + \frac{1,32}{100}\right) - 500 = 8100,20 \text{ лв.} - 500 \text{ лв.} = 7600,20 \text{ лв.}$$

В края на III-то шестмесечие сумата е:

$$7600,20 \left(1 + \frac{1,32}{100}\right) - 500 = 7700,52 \text{ лв.} - 500 \text{ лв.} = 7200,52 \text{ лв.}$$

В края на IV-то шестмесечие:

$$7200,52 \left(1 + \frac{1,32}{100}\right) - 500 = 7295,57 \text{ лв.} - 500 \text{ лв.} = 6795,57 \text{ лв.}$$

Следователно отговорът е 6796 лв.

в) След първия период, след теглене, сумата е $Kq - 500$ ($K = 8384$, $q = 1,0132$).

След втория месец сумата е $Kq^2 - 500q - 500$ и т.н. След n -ия месец сумата е:

$$Kq^n - 500q^{n-1} - 500q^{n-2} - \dots - 500 = Kq^n - 500 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = q^n \left(K - \frac{500}{q - 1} \right) + \frac{500}{q - 1}.$$

Трябва да докажем, че $q^{19} \left(8384 - \frac{500}{q - 1} \right) + \frac{500}{q - 1} \geq 0$ и $q^{20} \left(8384 - \frac{500}{q - 1} \right) + \frac{500}{q - 1} < 0$, т.е.

$$q^{19} \leq \frac{\frac{500}{q-1}}{\frac{500}{q-1} - 8384} \text{ и } q^{20} > \frac{\frac{500}{q-1}}{\frac{500}{q-1} - 8384}.$$

$$\text{Имаме: } \frac{\frac{500}{q-1}}{\frac{500}{q-1} - 8384} = \frac{\frac{500}{0,0132}}{\frac{500}{0,0132} - 8384} = \frac{37\,878,79}{37\,878,79 - 8384} = \frac{37\,878,79}{29\,494,79} = 1,2843,$$

$$q^{19} = 1,2829 \text{ и } q^{20} = 1,2999.$$

Заклучението следва от неравенствата $1,2829 < 1,2843 < 1,2999$.

Забележка. Ако се направи първо подточка в) и се положи $n=4$, можем да получим и отговора на б).

Оценяване. а) (2 точки), б) (3 точки), в) (5 точки).

ОТГОВОРИ

Задача	1	2	3	4	5	6	7
Отговор	D	C	D	B	A	190	а) 8384 лв.; б) 6796 лв.